

НАО «Костанайский

Региональный

Университет

имени Ахмет Байтұрсынұлы»

Утверждаю

Председатель Правления – Ректор

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С. Куанышбаев

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2023г.

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА

курсов повышения квалификации педагогов

«Методы решения олимпиадных и нестандартных задач по математике»

для учителей организаций среднего образования

Рассмотрено на заседании

Ученого совета,

протокол №3 от 27.10.2023 г.

Костанай, 2023

**Авторы программы:**

Асканбаева Г.Б. старший преподаватель кафедры физики, математики и цифровых технологий;

Демисенов Б.Н. к.ф.-м.н., и.о. ассоциированный профессор кафедры физики, математики и цифровых технологий;

Алимбаев А.А. PhD, и.о. ассоциированный профессор кафедры физики, математики и цифровых технологий

#### Программы разрабатываются с учетом требований Государственных общеобязательных стандартов образования всех уровней образования, утвержденных [приказом](https://zakon.uchet.kz/rus/docs/V1800017669#z3) Министра науки и высшего образования Республики Казахстан от 20 июля 2022 года № 2. (Зарегистрирован в Министерстве юстиции Республики Казахстан 27 июля 2022 года № 28916).

**Программа содержит следующие разделы:**

1. Общие положения
2. Глоссарий;
3. Тематика Программы;
4. Цель, задачи и ожидаемые результаты Программы;
5. Структура и содержание Программы;
6. Организация учебного процесса;
7. Учебно-методическое обеспечение Программы;
8. Оценивание результатов обучения;
9. Посткурсовое сопровождение;
10. Список основной и дополнительной литературы.
11. **Общие положения**

Решение задач по математике имеет большое общеобразовательное и воспитательное значение. Поиск решения нестандартных задач развивает инициативу, настойчивость и сообразительность. В последние годы результаты учеников школ Костанайской области на математических олимпиадах (городской, областной этапы) являются весьма невысокими. На уровень подготовки учеников к олимпиадам влияют разные факторы, в первую очередь качество подготовки учителей по методике решения олимпиадных задач. Как показывают результаты научно-методических семинаров и других мероприятии с участием учителей, что учителя математики испытывают трудности в подборе тем и задач, при обучении учеников к различным методам решения олимпиадных задач. В связи с этим образовательная программа «Методы решения олимпиадных и нестандартных задач по математики» направлена на рассмотрение методов решения олимпиадных задач. В процессе решения нестандартных задач иллюстрируются различные методы их решения, что влечет повышению качества предметных компетенций учителей математики по наиболее нестандартным темам школьного курса математики

Образовательная программа курсов повышения квалификации предназначена для учителей организаций среднего образования.

1. **Глоссарий**

|  |  |
| --- | --- |
| Аксиома – | (греч. слово axios- ценный; axioma – «принятие положения», «почет», «уважение», «авторитет»). Это основное положение, самоочевидный принцип. Впервые термин встречается у Аристотеля. Использовался в книгах Евклида «Начала». Большую роль сыграли работы древнегреческого ученого Архимеда, который сформулировал аксиомы, относящиеся к измерению величин. Вклад в аксиоматику внесли Лобачевский, Паш, Пеано. Логически безупречный список аксиом геометрии был указан немецким математиком Гильбертом на рубеже 19 и 20 вв. |
| Биссектриса – | (лат. слова bis – «дважды» и sectrix –«секущая»). Прямая, проходящая через вершину угла и делящая его пополам. |
| Вектор – | направленный отрезок прямой, у которой один конец называют началом вектора, другой конец – концом вектора. Этот термин ввел ирландский ученый У. Гамильтон (1845) |
| Вертикальные углы – | пары углов с общей вершиной, образуемые при пересечении двух прямых так, что стороны одного угла являются продолжением сторон другого |
| Гипотенуза – | сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла. Древнегреческий ученый Евклид (3 век до н.э.) вместо этого термина писал, «сторона, которая стягивает прямой угол» (греч.слово gyipotenusa – «стягивающая») |
| Градус – | единица измерения плоских углов и дуг, одна трёхсот шестидесятая доля окружности (лат. слово gradus – «шаг», «ступень»). |
| Граф — | математическая абстракция реальной системы любой природы, объекты которой обладают парными связями. Граф как математический объект есть совокупность двух множеств — множества самих объектов, называемого множеством вершин, и множества их парных связей, называемого множеством рёбер. Элемент множества рёбер есть пара элементов множества вершин. |
| График – | график функции – кривая на плоскости, изображаемая зависимость функции от аргумента |
| Дерево – | это связный ациклический граф. Связность означает наличие маршрута между любой парой вершин, ацикличность — отсутствие циклов. Отсюда, в частности, следует, что число рёбер в дереве на единицу меньше числа вершин, а между любыми парами вершин имеется один и только один путь. |
| Диагональ – | отрезок прямой, соединяющий две вершины многоугольника или многогранника, не лежащие на одной стороне (несмежные вершины)  |
| Диаметр – | отрезок, соединяющий две точки на окружности и проходящий через центр окружности |
| Длина вектора – | расстояние между началом и концом вектора |
| Иррациональное число – | число, не являющееся рациональным. Термин ввел немецкий ученый М. Штифель (1544). Строгая теория иррациональных чисел была построена во 2-ой половине 19 века. |
| Комбинаторика – | лат.слово combinare – «соединять». Раздел математики, в котором изучаются различные соединения и размещения, связанные с подсчетом комбинаций из элементов данного конечного множества. |
| Коллинеарные векторы – | векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых. |
| Компланарные векторы –  | векторы, лежащие в одной плоскости или в параллельных плоскостях. |
| Комплексное число – | упорядоченная пара действительных чисел $(x;y)$, первое из которых $x$ называется действительной частью, а второе число $y$ – мнимой частью. Обозначается: $z=x+iy$. Символ $i$ называется мнимой единицей. Обозначение: $x=Re z$; $y=Im z$ |
| Криволинейная трапеция – | фигура, ограниченная сверху графиком функции $y=f\left(x\right) (f(x)\geq 0)$, слева и справа соответственно прямыми $x=a$ и $x=b$, снизу – отрезком $[a;b$] оси $OX$ |
| Равные векторы – | cонаправленные коллинеарные векторы, имеющие равные длины |
| Размещение– | в комбинаторике размещением (из $n$ по $k$) называется упорядоченный набор из $k$ различных элементов из некоторого множества различных $n $элементов |
| Сонаправленные векторы – | коллинеарные векторы, имеющие одно направление |
| Сочетания – | число комбинаций, состоящих из $k$ элементов, взятых из $n$ элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом. Обозначение и формула для подсчета числа сочетаний: $C\_{n}^{k}=\frac{n!}{k!\left(n-k\right)!}$ |
| Теорема – | математическое утверждение, истинность которого устанавливается путем доказательства. |
| Хорда – | греч. слово horde – «струна», «тетива». Отрезок, соединяющий две точки окружности. |

1. **Тематика Программы**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Модуль** | **Содержание** | **К-во часов** |
| Модуль 1. Комбинаторика и графы | Тема 1.1 Элементы комбинаторики. Правила сложения и умножения. Примеры.Тема 1.2 Перестановки с повторением и безТема 1.3 Размещения с повторением и безТема 1.4 Сочетания с повторением и безТема 1.5 Комбинаторные задачи с ограничениямиТема 1.6 Понятие графа, примеры. Степени вершин и подсчет числа ребер. Примеры.Тема 1.7 Связность, компоненты связности. Примеры.Тема 1.8 Эйлеровы графы. Примеры. | 28 |
| Модуль 2. Неравенства и тождественные преобразования  | Тема 2.1 Тождественные преобразования дробно- рациональных выраженийТема 2.2 Метод математической индукции (ММИ)Тема 2.3 Задачи по поиску и применению ММИТема 2.4 Доказательство неравенств методом математической индукцииТема 2.5 Неравенства о среднихТема 2.6 Неравенство Чебышева Тема 2.7 Неравенство КБШТема 2.8 Решения задач республиканских этапов олимпиад на доказательство неравенств. | 24 |
| Модуль 3. Методы решения планиметрических задач  | Тема 3.1 Метод геометрических преобразований. Осевая симметрия. Центральная симметрия.Тема 3.2 Параллельный перенос. ПоворотТема 3.3 Метод вспомогательных фигур.Вспомогательная окружность.Тема 3.4 Метод спрямления.Дополнительные треугольники.Тема 3.5 Пропорциональные отрезки. Теорема Фалеса. Теорема Менелая. Теорема ЧевыТема 3.6 Окружность.Свойства касательных к окружности. Метрические соотношения в окружности. | 28 |
| **Всего** | **80** |

1. **Цель, задачи и ожидаемые результаты Программы**

**Цель программы:** развитие творческого потенциала личности в процессе овладения навыками решения олимпиадных и нестандартных задач, основанными на различных методах их решения, а также методикой их преподавания; повышение уровня математической культуры.

**Задачи:**

1. Научить правильно работать с условиями задач, определять методы, применимые к решению этих задач;
2. Овладеть навыками основных методов решения олимпиадных и нестандартных задач по темам: тождественные преобразованиям и неравенства, комбинаторика и теория графов, геометрия на плоскости;
3. Овладеть методикой преподавания методов решения олимпиадных и нестандартных задач;
4. Уметь работать с научно-понятийным аппаратом исследования;
5. Повысить уровень математической культуры через решение олимпиадных и нестандартных задач.

**Постреквизиты курса**

После прохождения программы у слушателей развиваются умения: находить решения в нестандартных и сложных задачах, грамотно проводить рассуждения в задачах на доказательства, работать с соответствующей литературой, методически выверено проводить занятия по методам решения олимпиадных и нестандартных задач.

**Ожидаемые результаты:**

По окончании курса слушатели:

**Должны знать:**

* методы решения планиметрических задач;
* основные типы задач по комбинаторике и теории графов;
* основные методы доказательств неравенств;
* методику преподавания по темам;
* правильное оформление олимпиадных и нестандартных задач;

**Должны уметь:**

* обосновать свой способ решения;
* находить верную аргументацию в процессе решения;
* находить несколько способов решения предлагаемых задач;
* находить все возможные ответы и доказывать, что других нет;
* правильно оформлять олимпиадные задачи;

**Должны иметь навыки:**

* владения тождественными преобразованиями;
* работы с задачами на доказательство;
* применения методов решения олимпиадных и нестандартных задач;
* преподавания олимпиадных и нестандартных задач.

**5**. **Структура и содержание Программы;**

**Модуль 1 Комбинаторика и графы.** Элементы комбинаторики. Правила сложения и умножения. Примеры. Перестановки с повторением и без. Размещения с повторением и без. Сочетания с повторением и без. Комбинаторные задачи с ограничениями. Понятие графа, примеры. Степени вершин и подсчет числа ребер. Примеры. Связность, компоненты связности. Примеры. Эйлеровы графы. Примеры.

**Модуль 2** **Неравенства и тождественные преобразования*.***

Тождественные преобразования дробно- рациональных выражений. Метод математической индукции (ММИ). Задачи по поиску и применению ММИ. Доказательство неравенств методом математической индукции. Неравенства о средних. Неравенство Коши-Буняковского Шварца. Неравенство Чебышева. Приминение неравенства Гельдера и неравенства Йенсена. Поиск и определния подходящих опорных неравенств.

**Модуль 3** **Методы решения планиметрических задач*.*** Замечательные точки и линии треугольника. Теоремы о точках пересечения медиан, биссектрис, высот треугольника. Свойство медианы в прямоугольном треугольнике. Свойство биссектрисы внутреннего угла треугольника. Метод геометрических преобразований. Осевая симметрия. Центральная симметрия.

Параллельный перенос. Решение задач при помощи поворота. Преобразование подобия. Подобные фигуры.Метод вспомогательных фигур.

Вспомогательная окружность. Метод спрямления. Дополнительные треугольники. Пропорциональные отрезки.Теорема Фалеса. Теорема Менелая. Теорема Чевы.

Окружность. Свойства касательных к окружности. Измерение углов, связанных с окружностью. Теоремы об окружностях и треугольниках. Теоремы об окружностях и четырехугольниках.

1. **Организация учебного процесса**

Курсы повышения квалификации организуются в форме очного обучения продолжительностью 80 часов в течение 2-х недель. Основные методы преподавания: интерактивная лекция, исследовательская беседа для развития критического мышления, решение задач, устный опрос, составление конспектов.

Организация учебного процесса осуществляется в связи с учебным процессом субъектов.

Квалификационный курс в формате:

* очное отделение,
* дистанционное обучение.

Учебный процесс организуется на основе содержания программы и учебного тематического плана.

 Учебный процесс осуществляется через различные формы и методы обучения:

* Лекция-диалог
* Практический семинар
* Обратная связь, опрос
* Парная, групповая работа

 **Учебно-методическое обеспечение программы**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Темы****модуля** | **Коли-чество часов** | **Вид учебного занятия,****методы обучения**  | **Учебно-методическое обеспечение темы** |
| **Модуль 1. Комбинаторика и графы** |
| Тема 1.1 Элементы комбинаторики. Правила сложения и умножения. Примеры. | 4 часа | Лекция  | Презентация |
| Тема 1.2 Перестановки с повторением и без | 3 часа | Практическое занятие.  | Решение олимпиадных задач |
| Тема 1.3 Размещения с повторением и без | 3 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 1.4 Сочетания с повторением и без | 4 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 1.5 Комбинаторные задачи с ограничениями | 4 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 1.6 Понятие графа, примеры. Степени вершин и подсчет числа ребер. Примеры. | 4 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 1.7 Связность, компоненты связности. Примеры. | 3 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 1.8 Эйлеровы графы. Примеры. | 3 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| **Модуль 2. Неравенства и тождественные преобразования** |
| Тема 2.1 Тождественные преобразования дробно- рациональных выражений | 4 часа | Лекция  | Презентация |
| Тема 2.2 Метод математической индукции (ММИ) | 2 часа | Практическое занятие.  | Решение олимпиадных задач |
| Тема 2.3 Задачи по поиску и применению ММИ | 2 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 2.4 Доказательство неравенств методом математической индукции | 4 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 2.5 Неравенства о средних | 4 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 2.6 Неравенство Чебышева  | 4 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 2.7 Неравенство КБШ | 2 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 2.8 Решения задач республиканских этапов олимпиад на доказательство неравенств | 2 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| **Модуль 3. Методы решения планиметрических задач** |
| Тема 3.1 Метод геометрических преобразований. Осевая симметрия. Центральная симметрия. | 4 часа | Лекция Практическое занятие  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 3.2 Параллельный перенос. Поворот | 4 часа | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 3.3 Метод вспомогательных фигур.Вспомогательная окружность. | 5 часов | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 3.4 Метод спрямления.Дополнительные треугольники. | 5 часов | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 3.5 Пропорциональные отрезки. Теорема Фалеса. Теорема Менелая. Теорема Чевы | 5 часов | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |
| Тема 3.6 Окружность.Свойства касательных к окружности. Метрические соотношения в окружности. | 5 часов | Практическое занятие.  | Подбор задач из городских и областных олимпиад школьников |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

1. **Оценивание результатов обучения**

Оценивание результатов обучения Контроль и оценка знаний слушателей проводится как в процессе проведения занятий – формативное оценивание, так и по завершении курса в форме коллоквиума на основе ее целей, задач и ожидаемых результатов.

Формативное оценивание применяется для промежуточного контроля и корректировки знаний и умений. Проводится в форме выполнения практических заданий, решения задач.

При выполнении заданий слушателям обеспечивается консультирование в групповой форме и по индивидуальным запросам.

Суммативное оценивание будет проводиться в виде коллоквиума, так как другие формы контроля малоэффективны при выявлении знаний слушателя об основных методов решения олимпиадных задач.

Данная программа повышения квалификации учителей преследует в основном обучающую цель, поэтому контроль результатов обучения проводится в ходе проведения занятий в форме исследовательской беседы.

1. **Посткурсовое сопровождение**

Посткурсовое сопровождение будет проводиться в виде ZOOM-конференций по запросам учителей, на которых будут даны консультации по темам, вызвавшим затруднения в ходе их работы. Кроме этого, можно будет решать олимпиадные задачи разного уровня сложности.

1. **Список основной и дополнительной литературы**

**Основная литература:**

1. Э.Г. Готман. Задачи по планиметрии и методы их решения. Москва, 1996.
2. О.Черкасов, А.Якушев. Математика интенсивный курс подготовки к экзамену ( Основные методы решения задач) Айрис-пресс,2003.
3. А.В. Фарков. Математические олимпиады в школе. 5-11 классы. Москва, Айрис-пресс,2004.
4. Р.И. Довбыш, Л.Л. Потемкина. Математические олимпиады. (906 самых интересных задач и примеров с решениями). Ростов-на-Дону, Феникс, 2006.
5. С.Л. Берлов. С.В. Иванов. К.П. Кохась. Петербургские математические олимпиады. Санкт-Петербург, Москва, Краснодар, 2003.
6. Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский. Математические олимпиады Московской области. 1993-2005.,Москва, Физматкнига, 2006.
7. В.А. Гусев, В.Н.Литвиненко, А.Г.Мордкович. Практикум по решению математических задач (Геометрия). Москва, 1985.
8. И.С.Маркова. Новые олимпиады по математике. Ростов-на-Дону, Феникс, 2005.
9. А.М.Кунгожин, М.А.Кунгожин. Районная олимпиада школьников по математике. 2000-2018 учебные годы. – Астана: РНПЦ «Дарын», 2018. – 201с.
10. Н.Х.Агаханов и др. Математические олимпиады школьников, Москва, Просвещение ,1977.
11. Агаханов Н.Х. и др. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993-2006. Окружной и финальный этапы. – М.:МЦНМО, 2007. – 472 с.
12. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. Киров, Изд «Аса», 1994.
13. Галкин Е.В., Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами. Челябинск: Взгляд, 2005.- 271 с.
14. Галкин Е.В., Нестандартные задачи по математике. Алгебра. Челябинск: Взгляд, 2005.- 271 с.
15. Прасолов В.В. Задачи по алгебре, арифметике и анализу: Учебное пособие. – М.:МЦНМО, 2007. – 608 с.: ил.

**Дополнительная литература:**

1. Фарков А.В. Внеклассная работа по математике. 5-11 классы. 3-е изд. – М.:Айрис- пресс, 2008. – 288 с.: ил. – (Школьные олимпиады).
2. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Части 1,2. – М.: Наука, 1986.
3. Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин Комбинаторика – М. ФИМА, МЦНМО 2006 – 400с.
4. В.С. Лютикас. Факультативный курс по математике. Теория вероятностей.
5. Б.В. Гнеденко. Математика в современном мире.-М., Просвещение,1980.
6. Березина Л.Ю. Графы и их применение: Пособие для учителей.– М.: Просвещение,1979г.
7. Болтянский В. Плоские графы// Квант, 1981г., №7, стр. 11-16.
8. Родионов В. Графы и кратчайшие расстояния в них// Математика, 2001г., №15, стр. 21-25.
9. Зыков A.A. «Основы теории графов», - М. Наука 1987.
10. Оре О. «Теория графов», - М, 1968.
11. Оре О. Графы и их применение. – М. Мир, 1965.